УДК 539.12

ВАН БССР, с. физ.-мат. н., №5, 1990 г.

К. Г. БАТРАКОВ, И. Я. ДУБОВСКАЯ

ЧЕРЕНКОВСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПУЧКА В ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

В последнее время большой интерес вызывает анализ поведения релятивистских пучков электронов в различных условиях. В работах [1, 2] было показано, что инкремент развития параметрической неустойчивости пучка релятивистских осцилляторов может существенно измениться в пространственно-периодической среде. Для пучка релятивистских частиц одним из основных видов пучковой неустойчивости является черенковская неустойчивость. В этом случае пространственная периодичность среды может не только изменить инкремент на частотах, для которых возможно выполнение условия Черенкова, но и привести к возможности развития неустойчивости на частотах, для которых в однородной среде диэлектрическая проницаемость меньше единицы.

Настоящая работа посвящена рассмотрению черенковской неустойчивости пучка релятивистских частиц в произвольной пространственно-периодической среде. Плотность пучка предполагается достаточно малой, что соответствует одночастичному эффекту Черенкова [3]. Подробный анализ в линейном приближении проведен для случая возбуждения в среде двух сильных волн (случай двухволновой дифракции). Получено правило, позволяющее записать дисперсионное уравнение для произвольного случая многоволновой некомпланарной дифракции.

Авторы следовали методу получения дисперсионного уравнения, используемому в работах [1, 2] для пучка осцилляторов. Рассмотрена модель безграничного пучка релятивистских заряженных частиц с невозмущенными плотностью n_0 и скоростью $\mathbf{u}_0$, движущегося в произвольной пространственно-периодической среде.

Самосогласованная система уравнений, описывающая пучковую неустойчивость в произвольной пространственно-периодической среде, имеет следующий вид в фурье-пространстве:

$$k^2\mathbf{E}(\mathbf{k},\ \omega)-\mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}(\mathbf{k},\ \omega))-\frac{\omega^2}{c^2}\sum_{\tau}\varepsilon_\tau(\mathbf{k},\ \omega)\,\mathbf{E}(\mathbf{k}_\tau,\ \omega)=\frac{4\pi i\omega}{c^2}\,\mathbf{j}(\mathbf{k},\ \omega). \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega)$ — фурье-компонента напряженности;

$$\varepsilon(\mathbf{r},\ \mathbf{r}',\ t)=\sum_{\tau}\int d\omega d\mathbf{k}\varepsilon_\tau(\mathbf{k},\ \omega)\,e^{-i\omega t}\ e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}\ e^{-i\tau\mathbf{r}'}$$

— ядро интегрального оператора диэлектрической проницаемости, связывающего напряженность электрического поля с электрической индукцией; $\{\tau\}$ — набор векторов обратной решетки периодической среды; $\mathbf{j}(\mathbf{k},\ \omega)$ — фурье-компонента плотности тока пучка заряженных частиц $\mathbf{j}(\mathbf{r},\ t)=e\sum\limits_i\mathbf{v}_i(t)\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i(t))$, где $\mathbf{v}_i(t)$ и $\mathbf{r}_i(t)$ — скорость и координата i-й частицы.

Для того чтобы замкнуть систему (1), необходимо подставить в правую часть зависимость $\mathbf{j}$ от поля.

С этой целью, решая уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле, получим в линейном по полю приближении выражение плотности тока:

$$\mathbf{j}(\mathbf{k},\ \omega)=\frac{i\omega_л^2}{4\pi\gamma\omega}\,\mathbf{E}(\mathbf{k},\ \omega)+\frac{i}{4\pi\omega}\left\{\frac{\omega_л^2\,\mathbf{k}}{\gamma(\omega-\mathbf{k}\mathbf{u})}+\frac{\omega_л^2\,(k^2c^2-\omega^2)\,\mathbf{u}}{\gamma c^2(\omega-\mathbf{k}\mathbf{u})^2}\right\}\times \tag{2}$$

$$\times(\mathbf{u}\mathbf{E}(\mathbf{k},\ \omega))+\frac{i\omega_л^2\,\mathbf{u}}{4\pi\omega(\omega-\mathbf{k}\mathbf{u})\gamma}(\mathbf{k}\mathbf{E}(\mathbf{k},\ \omega)).$$

Подставляя (2) в (1), имеем следующую систему связанных уравнений для поля:

$$\mathbf{k}_{\tau'}^2\,\mathbf{E}(\mathbf{k}_{\tau'},\ \omega)-\mathbf{k}_{\tau'}(\mathbf{k}_{\tau'}\,\mathbf{E}(\mathbf{k}_{\tau'},\ \omega))-\frac{\omega^2}{c^2}\sum_{\tau}\varepsilon_\tau(\mathbf{k}_{\tau'},\ \omega)\,\mathbf{E}(\mathbf{k}_{\tau+\tau'},\ \omega)=$$

$$=-\frac{\omega_л^2}{\gamma c^2}\,\mathbf{E}(\mathbf{k}_{\tau'},\ \omega)-\left\{\frac{\omega_л^2\,\mathbf{k}_{\tau'}}{\gamma c^2(\omega-\mathbf{k}_{\tau'},\ \mathbf{u})}+\frac{\omega_л^2\,(\mathbf{k}_{\tau'}^2\,c^2-\omega^2)\,\mathbf{u}}{\gamma c^4(\omega-\mathbf{k}_{\tau'}\ \mathbf{u})^2}\times\right. \tag{3}$$

$$\times(\mathbf{u}\mathbf{E}(\mathbf{k}_{\tau'},\ \omega))-\frac{\omega_л^2\,\mathbf{u}}{\gamma c^2(\omega-\mathbf{k}_{\tau'}\,\mathbf{u})}(\mathbf{k}_{\tau'}\mathbf{E}(\mathbf{k}_{\tau'},\ \omega)),$$

где $\omega_л^2=\dfrac{4\pi e^2n_0}{m}$, τ' пробегает значения векторов обратной решетки периодической структуры.

а) Пусть условие Брэгга

$$\frac{k_\tau^2-k^2}{\omega^2}\leqslant g_\tau \tag{4}$$

выполняется для двух волн, т. е. реализуется случай двух сильных волн $\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega)=\mathbf{E}$ и $\mathbf{E}(\mathbf{k}_\tau,\omega)=\mathbf{E}_\tau$ [4].

В двухволновом приближении из бесконечной системы (3) выделяется система двух векторных уравнений:

$$k^2\mathbf{E} - \mathbf{k}(\mathbf{kE}) - \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_0\mathbf{E} + \varepsilon_\tau \mathbf{E}_\tau) = -\frac{\omega_л^2}{\gamma c^2}\mathbf{E} - \left\{\frac{\omega_л^2 \mathbf{k}}{\gamma c^2(\omega - \mathbf{ku})} + \right.$$

$$\left. + \frac{\omega_л^2 (k^2c^2 - \omega^2)\mathbf{u}}{\gamma c^4(\omega - \mathbf{ku})^2}\right\}(\mathbf{uE}) - \frac{\omega_л^2 \mathbf{u}}{\gamma c^2(\omega - \mathbf{ku})}(\mathbf{kE}),$$

$$k_\tau^2 \mathbf{E}_\tau - \mathbf{k}_\tau(\mathbf{k}_\tau\mathbf{E}_\tau) - \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_0^\tau \mathbf{E}_\tau + \varepsilon_{-\tau}^\tau \mathbf{E}) = -\frac{\omega_л^2}{\gamma c^2}\mathbf{E}_\tau - \qquad (5)$$

$$-\left\{\frac{\omega_л^2 \mathbf{k}_\tau}{\gamma c^2(\omega - \mathbf{k}_\tau \mathbf{u})} + \frac{\omega_л^2 (k_\tau^2 c^2 - \omega^2)\mathbf{u}}{\gamma c^4(\omega - \mathbf{k}_\tau\mathbf{u})^2}\right\}(\mathbf{uE}_\tau) - \frac{\omega_л^2 \mathbf{u}}{\gamma c^2(\omega - \mathbf{k}_\tau\mathbf{u})}(\mathbf{k}_\tau\mathbf{E}_\tau).$$

Здесь $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(\mathbf{k}, \omega)$; $\varepsilon_\tau = \varepsilon_\tau(\mathbf{k}, \omega)$; $\varepsilon_0^\tau = \varepsilon_0(\mathbf{k}_\tau, \omega)$; $\varepsilon_{-\tau}^\tau = \varepsilon_{-\tau}(\mathbf{k}_{\tau'}, \omega)$.

Используя $\mathbf{n}_k = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}$; $\mathbf{n}_{k_\tau} = \frac{\mathbf{k}_\tau}{|\mathbf{k}_\tau|}$; $\mathbf{e}_\tau = \frac{[\mathbf{kk}_\tau]}{|[\mathbf{kk}_\tau]|}$; $\mathbf{e}_\pi = \frac{[\mathbf{k}[\mathbf{kk}_\tau]]}{|[\mathbf{k}[\mathbf{kk}_\tau]]|}$;

$\mathbf{e}_\pi^\tau = \frac{[\mathbf{k}_\tau[\mathbf{kk}_\tau]]}{|[\mathbf{k}_\tau[\mathbf{kk}_\tau]]|}$ и разлагая по ним амплитуды напряженности:

$$\mathbf{E} = E_\tau \mathbf{e}_\sigma + E_\pi \mathbf{e}_\pi + E_\parallel \mathbf{n}_k;\ \mathbf{E}_\tau = E_\tau^\tau \mathbf{e}_\tau + E_\pi^\tau \mathbf{e}\frac{\tau}{\pi} + E_\parallel^\tau \mathbf{n}_{k_\tau}, \qquad (6)$$

получим систему уравнений:

$$D_\sigma^0 E_\sigma - \omega^2\varepsilon_\tau E_\sigma - B_{\sigma\pi}^0 E_\pi - A_\sigma^0 E_\parallel = 0,$$
$$D_\sigma^\tau E_\sigma^\tau - \omega^2\varepsilon_{-\tau}^\tau E_\sigma - B_{\sigma\pi}^0 E_\pi^\tau - A_\sigma^\tau E_\parallel^\tau = 0, \qquad (7)$$
$$D_\pi^0 E_\pi - \omega^2\cos 2\theta_Б \varepsilon_\tau E_\pi - B_{\pi\sigma}^0 E_\sigma + A_\pi^0 E_\parallel - \omega^2(\mathbf{e}_\pi \mathbf{n}_{k_\tau})\varepsilon_\tau E^\tau = 0,$$
$$D_\pi^\tau E_\pi^\tau - \omega^2\cos 2\theta_Б \varepsilon_{-\tau}^\tau E_\pi - B_{\pi\sigma}^\tau E_\sigma^\tau + A_\pi^\tau E_\parallel^\tau - \omega^2(\mathbf{n}_k \mathbf{e}_\pi^\tau)\varepsilon_{-\tau}^\tau E_\parallel = 0,$$
$$\omega^2 D_\parallel^0 E_\parallel + \omega^2\varepsilon_\tau \cos 2\theta_Б E_\parallel^\tau - A_\sigma^0 E_\sigma - A_\pi^0 E_\pi^0 + \omega^2\varepsilon_\tau(\mathbf{n}_k\mathbf{e}_\pi^\tau)E_\pi^\tau = 0,$$
$$\omega^2 D_\parallel^\tau E^\tau + \omega^2\varepsilon_{-\tau}^\tau \cos 2\theta_Б E_\parallel - A_\sigma^\tau E_\sigma^\tau - A_\pi^\tau E_\pi^\tau + \omega^2(\mathbf{n}_{k_\tau}\mathbf{e}_\pi)\varepsilon_{-\tau}^\tau E_\pi = 0,$$

где

$$D_p^\alpha = k_\alpha^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0^2 + \frac{\omega_л^2}{\gamma} - B_p^\alpha,\ \alpha = 0;\ \tau,$$

$$D_\parallel^\alpha = \varepsilon_0^\alpha - \frac{\omega_л^2}{\gamma}\frac{1 - \beta_\parallel^{\alpha^2}}{(\omega - \mathbf{k}_\alpha\ )^2},\quad p = \sigma;\ \pi,$$

$$B_{\sigma\pi}^\alpha = \frac{\omega_л^2}{\gamma}\frac{(\omega^2 - k^2c^2)(\mathbf{ue}_\sigma)(\mathbf{ue}_\pi^\alpha)}{(\omega - \mathbf{k}_\alpha\mathbf{u})^2 c^2},\quad {}_\parallel^\alpha = \frac{\mathbf{un}_{k_\alpha}}{c},$$

$$B_p^\alpha = \frac{\omega_л^2}{\gamma}\frac{(\omega^2 - k^2c^2)(\mathbf{ue}_p^\alpha)^2}{(\omega - \mathbf{k}_\alpha\mathbf{u})^2 c^2},\ \cos 2\theta_Б = (\mathbf{e}_\pi \mathbf{e}_\pi^\tau),$$

$$A_p^\alpha = \frac{\omega_л^2}{\gamma}\frac{\omega(\mathbf{ue}_p^\alpha)}{(\omega - \mathbf{k}_\alpha\mathbf{u})^2 c}(k_\alpha c - \beta_\parallel^\alpha \omega).$$

Детерминант системы (7) дает дисперсионное уравнение, определяющее связь волнового вектора $\mathbf{k}$ и частоты ω. При записи дисперсионного уравнения в режиме одночастичного возбуждения пучка сохраним только члены, линейно зависящие от плотности частиц пучка ($\sim \omega_л^2$). В этом случае дисперсионное уравнение можно представить в виде

$$I_\sigma I_\pi I_\parallel \dotplus \Phi(\varepsilon_\tau^3;\ \varepsilon_\tau^4;\ \omega_л^2\varepsilon_\tau^3;\ \ldots) I_\sigma = 0, \tag{8}$$

где

$$\begin{gathered} I_\sigma = D_\sigma D_\sigma^\tau - \omega^4\, \varepsilon_\tau \varepsilon_{-\tau}^\tau, \\ I_\pi = D_\pi D_\pi^\tau - \omega^4 \cos^2 2\theta_Б \varepsilon_\tau\, \varepsilon_{-\tau}^\tau, \\ I_\parallel = D_\parallel D_\parallel^\tau - \omega^4 \cos^2 2\theta_Б\, \varepsilon_\tau \varepsilon_{-\tau}^\tau, \end{gathered} \tag{9}$$

Φ — линейная функция своих аргументов. Из (8) видно, что в одночастичном приближении часть дисперсионного уравнения, относящаяся к σ-поляризации, выделяется независимо, что соответствует ветви решения дисперсионного уравнения, описывающей независимое возбуждение волн с σ-поляризацией. Две другие ветви решений, соответствующие возбуждению волн π-поляризации и плазмонов, не расщепляются в общем случае, однако постоянная связи, согласно (8), имеет малость.

Возбуждение ветви черенковского излучения σ-поляризации в пучке описывается дисперсионным уравнением

$$(k^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0)(k_\tau^2 c^2 - \omega^2\varepsilon_0^\tau) - \omega^4\varepsilon_\tau\varepsilon_{-\tau}^\tau = \\ = \frac{\omega_л^2(\omega^2 - k^2c^2)}{\gamma(\omega - \mathbf{ku})^2}(k_\tau^2 c^2 - \omega^2\varepsilon_0^\tau)\frac{(\mathbf{u}\mathbf{e}_\sigma)^2}{c^2}. \tag{10}$$

При записи (10) рассмотрен режим черенковского синхронизма частиц с волной ($\mathbf{k}$, ω), т. е. считается выполненным условие $\omega - \mathbf{ku} \approx 0$. В этом случае члены, содержащие в знаменателе $\omega - \mathbf{k}_\tau\mathbf{u} \neq 0$, имеют величину, много меньшую резонансных, и могут быть отброшены. При этом пучок модулируется в поле σ-волны вдоль волнового вектора $\mathbf{k}$ на частоте $\omega \approx \mathbf{ku}$. Если в процессе спонтанного излучения релятивистских частиц генерируется также π-волна, то аналогичный процесс модуляции пучка происходит в поле π-волны. При этом в рассмотренном приближении эти процессы происходят независимо.

Необходимо отметить, что возбуждение плазмонной ветви в области частот с диэлектрической восприимчивостью $\chi \ll 1$ отсутствует, так как эта ветвь реализуется вблизи условия $\varepsilon_0 = 1 + \chi_0 \approx 0$. В оптической области спектра, где $\chi \sim 1$, возбуждение плазмонов также будет отсутствовать из-за сильного затухания (корень, соответствующий чистому плазмону без пучка, лежит далеко в комплексной плоскости). Эта ветвь будет наблюдаться только в области более длинных волн, в которой она отрицательно влияет на условие излучения, поскольку перекачивает энергию неравновесного состояния системы на развитие плазмонов в среде.

Таким образом, начальное (или граничное) возмущение системы распадается в рассмотренных условиях на три приближенно независимые ветви возмущения, соответствующие возбуждению поперечных σ- и π-волн и продольных колебаний.

В области больших значений диэлектрической восприимчивости среды может наблюдаться двойной черенковский синхронизм, когда волна модулируется одновременно вдоль векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_\tau$. В этом случае в дисперсионном уравнении присутствует еще один резонансный член и уравнение имеет вид

$$(k^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0)(k_\tau^2 c^2 - \omega^2\varepsilon_0^\tau) - \omega^4\varepsilon_\tau\varepsilon_{-\tau}^\tau = \frac{\omega_л^2(\omega^2 - k^2c^2)}{\gamma(\omega - \mathbf{ku})^2} \times \\ \times (k_\tau^2 c^2 - \omega^2\varepsilon_0^\tau)\frac{(\mathbf{u}\,\mathbf{e}_\sigma)^2}{c^2} + \frac{\omega_л^2(\omega^2 - k^2c^2)}{\gamma(\omega - \mathbf{k}_\tau\mathbf{u})^2}(k^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0) \times \\ \times \frac{(\mathbf{u}\mathbf{e}_\sigma)^2}{c^2}. \tag{11}$$

Следует отметить, что периодичность среды может изменить функциональную зависимость инкремента от плотности пучка [1]. Инкремент находим из дисперсионного уравнения σ-волны (10) методом слабосвязанных волн [5].

В условиях пересечения корней дисперсионного уравнения для дифракции свободного электромагнитного поля [6] выражение для инкремента при нулевой расстройке ($\omega - \mathbf{ku} = 0$) имеет вид:

$$k_z''^{4} = \pm \frac{1}{4\gamma}\,\omega_л^2\,\omega_2^0\,\frac{g_0|g_\tau|\left(g_0 \pm \dfrac{|g_\tau|}{\sqrt{-(1+\nu)}}\right)}{\varepsilon_0 - \dfrac{(\tau_z + \sqrt{g_0}\,\tau_\perp \cos\varphi)^2}{\tau^2}}\,\frac{\tau_\perp^2}{\tau^2}\,\frac{\sin^2\varphi}{\sqrt{-(1+\nu)}},$$

где в диапазоне длин волн $g_0 = \varepsilon_0 - 1 \sim 1$ $\omega_0 = -\dfrac{\tau^2}{2(\tau_z + \tau_\perp \sqrt{g_0}\cos\varphi)}$,

$\nu = \tau_z/\omega_0$, φ — угол между $\mathbf{k}_\perp$ и $\boldsymbol{\tau}_1$.

В диапазоне волн, где $g_0 \sim g_\tau \ll 1$, при величине $\omega_0 = -\tau^2/\tau_z$ $\nu = \tau_z/\omega_0$. Отметим, что в области значений $1+\nu \sim g_\tau^{2/3}$ возможна ситуация, когда происходит пересечение трех корней свободного дисперсионного уравнения. Тогда, например, при $g_0 \sim g_\tau \ll 1$ имеем $k_z'^{5} = 2^{-1/3}\dfrac{\omega_л^2}{\gamma c^2}\tau_z\tau_\perp^2\ |g_\tau|^{8/3}$.

б) Пусть условия Брэгга (4) выполняются для нескольких значений векторов обратной решетки $\boldsymbol{\tau}_i$. В этом случае из (3) получим систему уравнений, описывающую параметрическую неустойчивость пучка в случае многоволновой дифракции.

Наиболее просто дисперсионное уравнение во многоволновом приближении выглядит в компланарном случае (все волновые векторы лежат в одной плоскости). При этом возможно выделение σ- и π-поляризаций аналогично двухволновому случаю и, следовательно, справедливы все выводы, сделанные в § 1.

Рассмотрим, например, трехволновой компланарный случай. Не анализируя вопроса расщепления ветвей решений дисперсионного уравнения, сразу же используем результаты п. а) и выпишем систему только для σ-компоненты:

$$\begin{aligned} D_\sigma E_\sigma - \omega^2\varepsilon_1 E_\sigma^1 - \omega^2\varepsilon_2 E_\sigma^2 &= 0,\\ -\omega^2\varepsilon_{-1}E_\sigma + D_\sigma^1 E_\sigma^1 - \omega^2\varepsilon_{2-1}E_\sigma^2 &= 0,\\ -\omega^2\varepsilon_{-2}E_\sigma - \omega^2\varepsilon_{1-2}E_\sigma^1 + D_\sigma^1 E_\sigma^2 &= 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Все используемые обозначения введены в (8).

Из (12) получим

$$\begin{aligned} &D_\sigma D_\sigma^1 D_\sigma^2 - \omega^4 D_\sigma \varepsilon_{1-2}\varepsilon_{2-1} - \omega^4 D_\sigma \varepsilon_2\varepsilon_{-2} - \\ &- \omega^4 D_\sigma^2 \varepsilon_1\varepsilon_{-1} - \omega^6\varepsilon_1\varepsilon_{-2}\varepsilon_{2-1} - \omega^6\varepsilon_2\varepsilon_{-1}\varepsilon_{1-2} = 0. \end{aligned} \tag{13}$$

В случае черенковского синхронизма с волной, обладающей волновым вектором $\mathbf{k}$, отбрасывая в (13) нерезонансные члены, связанные с пучком, (13) можно записать в виде

$$F_\sigma^{(3)} = -\frac{\omega_л^2(k^2c^2 - \omega^2)}{\gamma c^2(\omega - \mathbf{ku})^2}\,F_\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2), \tag{14}$$

где $F_\sigma^{(3)} = 0$ представляет собой трехволновое дисперсионное уравнение для свободного излучения, а $F_\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ — двухволновое дисперсионное уравнение свободного излучения со связанными волнами $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$. Уравнения (13) и (14) получены в одночастичном приближении.

Известно, что в общем некомпланарном случае дифракции невозможно простое выделение поляризаций. Однако можно указать некоторое правило перехода от дисперсионного многоволнового уравнения для свободного поля к дисперсионному нелинейному уравнению, описывающему неустойчивость пучка при многоволновой дифракции возбуждаемого пучком излучения.

Можно показать из (3), что дисперсионное уравнение приобретает вид

$$\begin{vmatrix} D^1_\sigma & D^1_{\sigma\pi} & -\omega^2 (\mathbf{e}_{\sigma_1} \mathbf{e}_{\sigma_2})\, \varepsilon_2 & \cdots & -\omega^2 (\mathbf{e}_{\sigma_1} \mathbf{e}_{\sigma_i})\, \varepsilon_i \ldots \\ D^1_{\sigma\pi} & D^1_\pi & -\omega^2 (\mathbf{e}_{\pi_1} \mathbf{e}_{\sigma_2})\, \varepsilon_2 & \cdots & -\omega^2 (\mathbf{e}_{\pi_1} \mathbf{e}_{\sigma_i})\, \varepsilon_i \ldots \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots \end{vmatrix} = 0, \qquad (15)$$

где $\mathbf{e}_{\sigma_i}$ и $\mathbf{e}_{\pi_i}$ — взаимно перпендикулярные единичные орты, ортогональные к $\mathbf{k}_i = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}_i$. Отличие от дисперсионного уравнения для дифракции свободного поля состоит в удлинении членов $k_i^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0^i$ до $D^i_{\sigma(\pi)} = = k_i^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0^i + \frac{\omega_л^2}{\gamma} + \frac{\omega_л^2 (k_i^2 c^2 - \omega^2)(\mathbf{u}\mathbf{e}^i_{\sigma(\pi)})^2}{\gamma c^2 (\omega - \mathbf{k}_i \mathbf{u})^2}$ и возникновении дополнительных перекрестных членов

$$D^i_{\sigma\pi} = \frac{\omega_л^2 (k_i^2 c^2 - \omega^2)(\mathbf{u}\mathbf{e}^i_\sigma)(\mathbf{u}\mathbf{e}^i_\pi)}{\gamma c^2 (\omega - \mathbf{k}_i \mathbf{u})^2},$$

которые отсутствуют в одночастичном приближении.

Таким образом, в настоящей работе получены и проанализированы дисперсионные уравнения, описывающие черенковскую неустойчивость релятивистского пучка заряженных частиц в произвольной пространственно-периодической среде в случае сильно возбужденных двух или трех волн. Выведено правило получения дисперсионного уравнения в многоволновом случае.

Summary

The dispersion equations to describe the Cherenkov instability of the electron (positron) relativistic beam in space-periodical structures are derived and discussed.

Литература

1. Барышевский В. Г., Феранчук И. Д. // Докл. АН БССР. 1984. Т. 28, № 4. С. 336—339.
2. Барышевский В. Г., Дубовская И. Я. // Матер. XV Всесоюз. совещ. по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами. М., 1986. С. 60.
3. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // УФН. 1987. Т. 152, вып. 2. С. 285—316.
4. Пинскер З. Г. Рентгеновская кристаллооптика. М., 1982. 392 с.
5. Ерохин Н. С., Кузнецов М. В., Моисеев С. С. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. М., 1982. 273 с.
6. Барышевский В. Г., Дубовская И. Я., Феранчук И. Д. // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. 1988. № 1. С. 92—97.

НИИ ядерных проблем при БГУ им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию 09.08.88